Guia 1. Fundamentos

Ejercicio 1.

Aplicando la Ley de Kirchhoff de tensiones (LKV), para el circuito de la figura 1 se pide

1. encontrar una expresión de v_2 (y $\tilde{v}_2$) en función de los demás parámetros del circuito,
2. calcular el valor de la tensión en voltios haciendo $v = 12V$, $R_1 = 100\Omega$ y $R_2 = 200\Omega$
3. calcular la potencia disipada en la resistencia R_2.

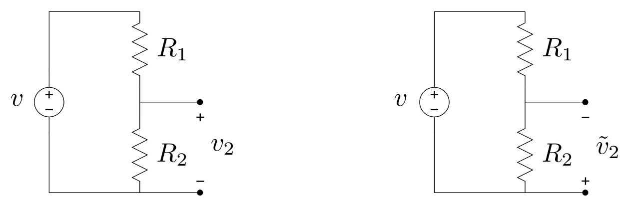


Figura 1: Cálculo de la tensión en un divisor resistivo.

Ejercicio 2.

Aplicando la Ley de Kirchhoff de corrientes (LKI) en el circuito de la figura 2 se pide

1. encontrar una expresión de i_2 (e $\tilde{i}_2$) en función de los demás parámetros del circuito,
2. calcular el valor de corriente en amperes haciendo $i = 1{,}2A$, $R_1 = 10\Omega$ y $R_2 = 2\Omega$,
3. calcular también la potencia disipada en la resistencia R_2.

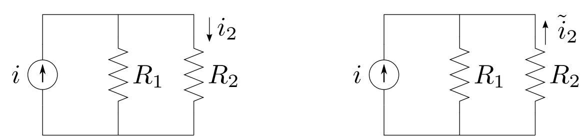


Figura 2: Cálculo de la corriente en un divisor resistivo.

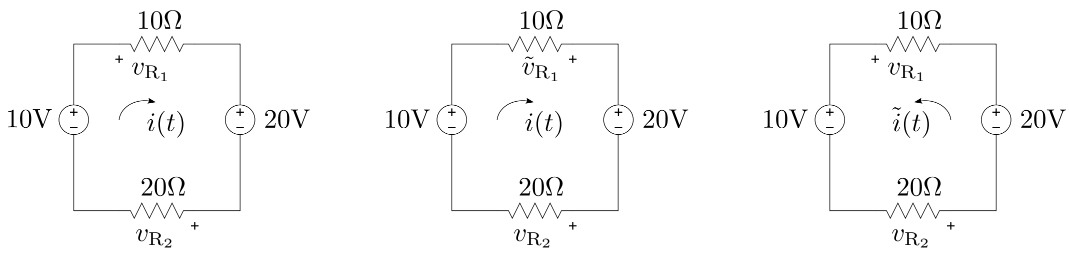


Figura 3: Plantear LKV y encontrar v_{R_2}.

Ejercicio 3.

Aplicando la LKV según las distintas referencias que se muestran en la figura 3, calcular para cada caso el valor de la tensión v_{R_2}.

Ejercicio 4.

Aplicar la LKV y calcular la tensión v_{R_3} según la referencia que se muestra en el circuito de la figura 4.

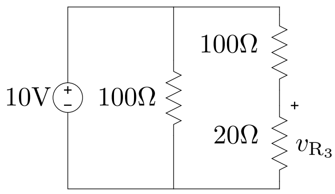


Figura 4: Plantear LKV y encontrar $v_{R_3}(t)$.

Ejercicio 5.

Aplicando LKI calcular la corriente i_3 según la referencia que se indica en el circuito de la figura 5.

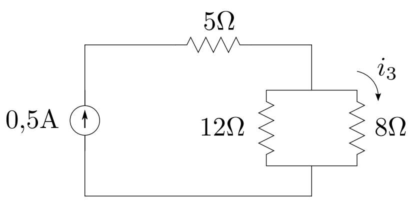


Figura 5: Planteando LKI encontrar la corriente i_3.

Ejercicio 6.

En el circuito divisor de tensión de la figura 6 el valor de tensión de fuente es $v = 50V$, y se desea que $v_2 = 20V$. Se pide:

1. Calcular el valor de resistencia R_2 si $R_1 = 270\Omega$

2. Modificar los valores de R_1 y R_2 para que la potencia disipada en ambas resistencia sea $P < 0{,}5W$

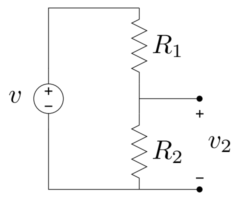


Figura 6: Diseño de divisor resistivo de tensión.

Ejercicio 7.

Por un circuito serie RL con $R = 5\Omega$ y $L = 0,004H$ circula una corriente como la de la figura 7. Calcular y graficar $v_{\rm R}(t)$ y $v_{\rm L}(t)$.

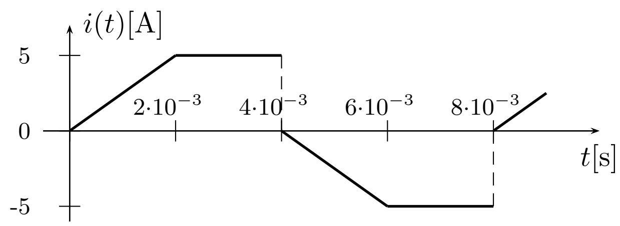


Figura 7: Corriente circulante por el circuito RL serie.

Ejercicio 8.

La tensión representada por la figura 8 se aplica a un circuito RL paralelo de $R = 4\Omega$ y $L = 10$mH. Calcular y graficar la corriente total $i(t)$.

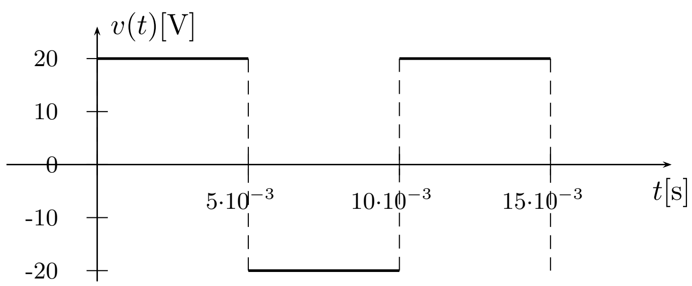


Figura 8: Tensión aplicada al circuito RL paralelo.

Ejercicio 9.

Una rama RLC, con $R = 2\Omega$, $L = 2$mH y $C = 500\mu$F, es atravesada por una corriente cuya forma se representa en la figura 9. Calcular y graficar las tensiones de cada elemento.

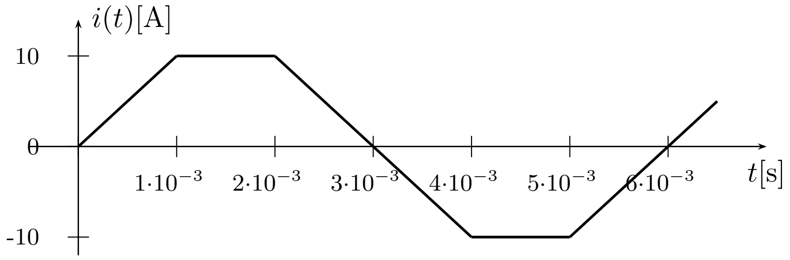
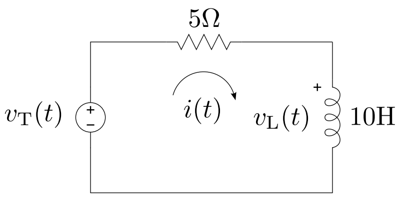


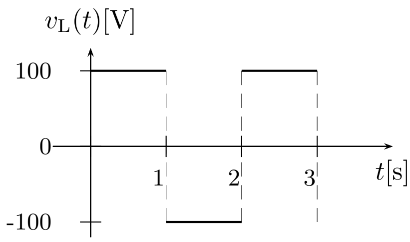
Figura 9: Corriente de rama.

Ejercicio 10.

La caída de tensión en el elemento inductivo del circuito serie de la figura 10a es como se muestra en el gráfico 10b. Siendo la $i(0) = -5\text{A}$ graficar por lo menos un ciclo de la corriente total $i(t)$, de la caída en la resistencia $v_\text{R}(t)$ y de la tensión del generador $v_\text{T}(t)$.



(a)



(b)

Figura 10: *RL* serie con corriente inicial.

Ejercicio 11.

Por una rama *RC* circula una corriente como la de la figura 11. Graficar las tensiones de cada elemento considerando que el capacitor se encuentra inicialmente descargado.

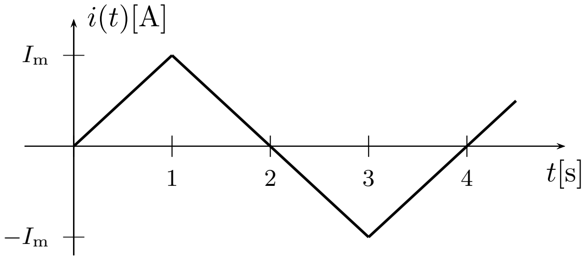


Figura 11: Corriente variable circulante por una rama *RC*.

Ejercicio 12.

Considerando el circuito de la figura 12 antes de que la llave cambie de posición (o sea, en $t = 0^-$), calcular el valor de la corriente del inductor $i_L(0^-) = I_{L0}$ y de tensión en el capacitor $v_C(0^-) = V_{C0}$. Calcular la solución numérica con $V = 80V$, $R_1 = 4\mathrm{K}\Omega$, $R_2 = 12\mathrm{K}\Omega$, $L = 200\mathrm{mH}$, y $C = 0{,}1\mathrm{F}$.

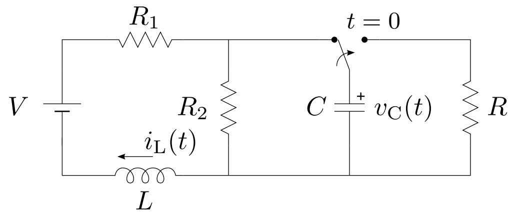


Figura 12: Análisis de condiciones iniciales con corriente continua.

Ejercicio 13.

Considerando el circuito de la figura 13 antes de que la llave cambie de posición (o sea, en $t = 0^-$), calcular el valor de la corriente del inductor $i_L(0^-) = I_{L0}$ y de tensión en el capacitor $v_C(0^-) = V_{C0}$. Calcular la solución numérica con $V = 100\mathrm{V}$, $I = 5\mathrm{A}$, $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 2\Omega$, $R_3 = 100\Omega$, $L = 0{,}5\mathrm{H}$ y $C = 0{,}001\mathrm{F}$.

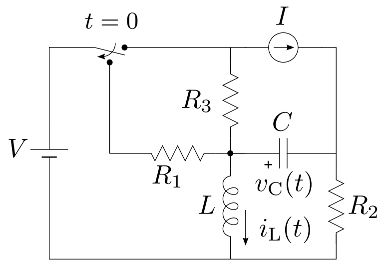


Figura 13: Análisis de condiciones iniciales con corriente continua.

Ejercicio 14.

Para el circuito de la figura 14, realizar el planteo del sistema de ecuaciones diferenciales en términos de las corrientes $i_1(t)$ e $i_2(t)$.

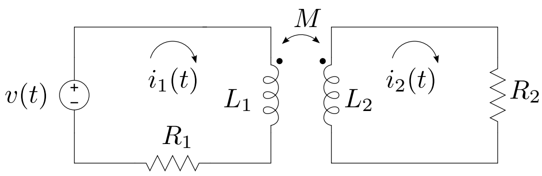


Figura 14: Sistema de ecuaciones diferenciales.

Soluciones

Solución 1.

Aplicando la Ley de Kirchhoff de tensiones (LKV) al circuito de la figura 15

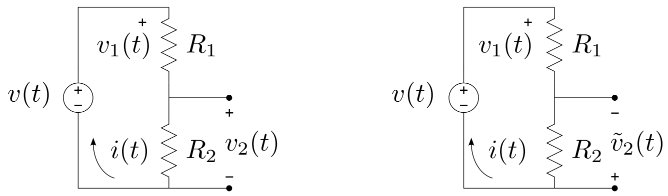


Figura 15: Referencias para la resolución del circuito de la figura 1.

$$v(t) - v_1(t) - v_2(t) = 0, \tag{1}$$

y las relaciones entre la corriente y las caídas de tensiones en las resistencias según las referencias dadas, son

$$v_1(t) = R_1 i(t) \tag{2}$$
$$v_2(t) = R_2 i(t). \tag{3}$$

Reemplazando $v_1(t)$ de (2) en (1) se tiene

$$v(t) - R_1 i(t) - v_2(t) = 0 \tag{4}$$

y luego $i(t)$ de (3) en (4)

$$v(t) - \frac{v_2(t)}{R_2} R_1 - v_2(t) = 0. \tag{5}$$

Operando

$$v(t) - v_2(t)\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0. \tag{6}$$

Luego, la caída de tensión de la resistencia R_2 queda

$$v_2(t) = v(t)\frac{R_2}{R_1 + R_2}. \tag{7}$$

Para determinar la caída de tensión $\tilde{v}_2(t)$ se sigue un procedimiento similar. Aplicando LKV

$$v(t) - v_1(t) + \tilde{v}_2(t) = 0 \tag{8}$$

las relaciones tensión-corriente son

$$v_1(t) = R_1 i(t), \qquad \tilde{v}_2(t) = -R_2 i(t). \tag{9}$$

Luego, realizando los mismo pasos anteriores para el nuevo planteo, queda

$$v(t) - R_1 i(t) + \tilde{v}_2(t) = 0 \tag{10}$$

$$v(t) - \frac{\tilde{v}_2(t)}{R_2} R_1 + \tilde{v}_2(t) = 0 \tag{11}$$

$$v(t) + \tilde{v}_2(t)\left(1 + \frac{R_1}{R_2}\right) = 0 \tag{12}$$

$$v(t) = -\tilde{v}_2(t)\left(\frac{R_1 + R_2}{R_2}\right). \tag{13}$$

Por lo que la tensión en la resistencia $\tilde{v}_2(t)$ queda

$$\tilde{v}_2(t) = -v(t)\frac{R_2}{R_1 + R_2}. \tag{14}$$

Para el cálculo de la potencia se tiene

$$P_2 = \frac{v_2(t)^2}{R_2} = \frac{\tilde{v}_2(t)^2}{R_2}. \tag{15}$$

Resolución numérica

Dando valores en (7) se tiene

$$v_2(t) = 12\mathrm{V}\frac{200\Omega}{100\Omega + 200\Omega} = 12\mathrm{V}\frac{200}{300} = 8\mathrm{V} \tag{16}$$

y en (14)

$$\tilde{v}_2(t) = -12\mathrm{V}\frac{200\Omega}{100\Omega + 200\Omega} = -12\mathrm{V}\frac{200}{300} = -8\mathrm{V}. \tag{17}$$

El cálculo de la potencia queda

$$P_2 = \frac{(8\mathrm{V})^2}{200\Omega} = 0{,}32\mathrm{W}. \tag{18}$$

Solución 4.

$$v_{\mathrm{R}_3} = \frac{5}{3}\mathrm{V}. \tag{19}$$

Solución 5.

$$i_3 = 0{,}3\text{A}. \tag{20}$$

Solución 7.

La corriente que atraviesa el circuito RL representada gráficamente en la figura 7, se puede expresar matemáticamente mediante una función definida por tramos

$$i(t) = \begin{cases} \frac{5\text{A}}{2 \cdot 10^{-3}\text{s}} t & 0 \cdot 10^{-3} < t < 2 \cdot 10^{-3}[\text{s}] \\ 5\text{A} & 2 \cdot 10^{-3} < t < 4 \cdot 10^{-3}[\text{s}] \\ -\frac{5\text{A}}{2 \cdot 10^{-3}\text{s}} t & 4 \cdot 10^{-3} < t < 6 \cdot 10^{-3}[\text{s}] \\ -5\text{A} & 6 \cdot 10^{-3} < t < 8 \cdot 10^{-3}[\text{s}] \end{cases} \tag{21}$$

Suponiendo que la corriente ingresa por el terminal de mayor potencial de la caída de tensión tanto en la resistencia como en el inductor, la relación tensión-corriente es

$$v_\text{R}(t) = Ri(t) \tag{22}$$

$$v_\text{L}(t) = L\frac{\text{d}i(t)}{\text{d}t}. \tag{23}$$

Para obtener numéricamente $v_\text{R}(t)$ y $v_\text{L}(t)$ se aplican las relaciones dadas por (22) y (23) para cada tramo de la señal dada en (21).

Tramo 1. Para $0 < t < 2 \cdot 10^{-3}[\text{s}]$, con $i(t) = (5/0{,}002)t = 2500t[\text{A}]$

$$v_\text{R}(t) = 5 \cdot 2500t = 12500t[\text{V}]$$

$$v_\text{L}(t) = 0{,}004\frac{\text{d}(2500t)}{\text{d}t} = 2500 \cdot 0{,}004 = 10\text{V}$$

Tramo 2. Para $2 \cdot 10^{-3} < t < 4 \cdot 10^{-3}[\text{s}]$, con $i(t) = 5\text{A}$

$$v_\text{R}(t) = 5 \cdot 5 = 25\text{V}$$

$$v_\text{L}(t) = \frac{\text{d}}{\text{d}t}5 = 0\text{V}$$

Tramo 3. Para $4 \cdot 10^{-3} < t < 6 \cdot 10^{-3}[\text{s}]$, con $i(t) = -(5/0{,}002)t + 10 = -2500t + 10[\text{A}]$

$$v_\text{R}(t) = 5(-2500t + 10) = -12500t + 50[\text{V}]$$

$$v_\text{L}(t) = 0{,}004\frac{\text{d}}{\text{d}t}(-2500t + 10) = -2500 \cdot 0{,}004 = -10\text{V}$$

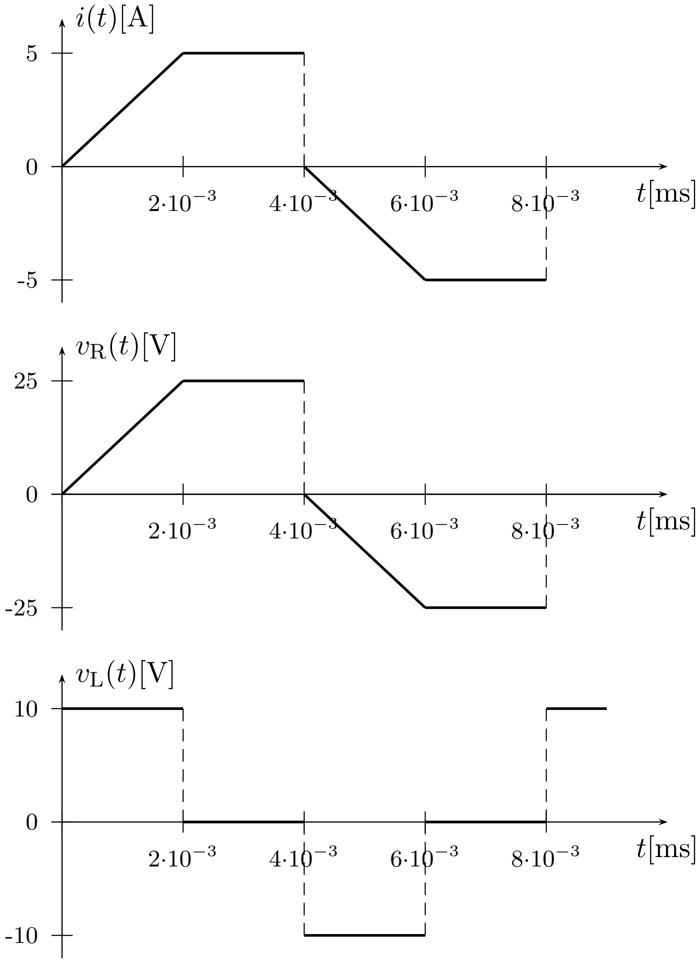


Figura 16: Gráfica de la corriente, caída de tensión en la resistencia y el inductor del ejercicio 7.

Tramo 4. Para $6 \cdot 10^{-3} < t < 8 \cdot 10^{-3}[s]$, con $i(t) = -5\mathrm{A}$

$$v_{\mathrm{R}}(t) = 5 \cdot (-5) = -25\mathrm{V}$$
$$v_{\mathrm{L}}(t) = 0{,}005H \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} 5 = 0\mathrm{V}$$

El resultado de la caída de tensión en la resistencia $v_{\mathrm{R}}(t)$ y en el inductor $v_{\mathrm{L}}(t)$, junto a la corriente $i(t)$ se muestra en la figura 16.

Solución 9.

La caída de tensión en la resistencia, el inductor y en el capacitor considerando que la corriente entra por el terminal de mayor potencial se muestra en la tabla 1.

Tramo [s]	$v_\mathrm{R}(t)$[V]	$v_\mathrm{L}(t)$[V]	$v_\mathrm{C}(t)$[V]
$0\cdot 10^{-3} < t < 1\cdot 10^{-3}$	$20000t$	20	$10\times 10^6 t^2$
$1\cdot 10^{-3} < t < 2\cdot 10^{-3}$	20	0	$20000t - 10$
$2\cdot 10^{-3} < t < 4\cdot 10^{-3}$	$-20000t + 60$	-20	$-10\times 10^6 t^2 + 60\times 10^3 t - 50$
$4\cdot 10^{-3} < t < 5\cdot 10^{-3}$	-20	0	$-20000t + 110$
$5\cdot 10^{-3} < t < 6\cdot 10^{-3}$	$20000t - 120$	20	$10^6 t^2 - 120\times 10^3 t + 360$

Tabla 1: Caídas de tensión en cada elemento.

Solución 10.

La caída de tensión en el inductor de la figura 10b se puede expresar, para un período, como una señal por tramos dada por

$$v_\mathrm{L}(t) = \begin{cases} 100\mathrm{V} & 0 < t < 1[s] \\ -100\mathrm{V} & 1 < t < 2[s] \end{cases} \tag{24}$$

La corriente del circuito serie se puede obtener a partir de la relación tensión-corriente del inductor como

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} v_\mathrm{L}(\tau)\,\mathrm{d}\tau + i(t_0), \tag{25}$$

luego, la caída de tensión de la resistencia se obtiene de la relación tensión-corriente de la misma, o sea

$$v_\mathrm{R}(t) = Ri(t), \tag{26}$$

asumiendo que la corriente ingresa por el terminal de mayor potencial. Finalmente la tensión aplicada al circuito se obtiene de la LKV

$$v_\mathrm{T}(t) = v_\mathrm{R}(t) + v_\mathrm{L}(t). \tag{27}$$

Resolución numérica

Tramo 1. Para $0 < t < 1$[s], con $v_\mathrm{L}(t) = 100$V

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_0^t v_\mathrm{L}(\tau)\,\mathrm{d}\tau + i(0) = \frac{1}{10}\int_0^t 100\,\mathrm{d}\tau - 5 = 10t - 5[\mathrm{A}] \tag{28}$$

$$v_\mathrm{R}(t) = Ri(t) = 5(10t - 5) = 50t - 25[\mathrm{V}] \tag{29}$$

$$v_\mathrm{T}(t) = 50t - 25 + 100 = 50t + 75[\mathrm{V}] \tag{30}$$

Al final del tramo para $t = 1$s la corriente es

$$i(t = 1s) = i(1) = 5\mathrm{A} \tag{31}$$

Tramo 2. Para $1 < t < 2$[s], con $v_{\mathrm{L}}(t) = -100$V

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_1^t v_{\mathrm{L}}(\tau)\,\mathrm{d}\tau + i(1) = \frac{1}{10}\int_1^t (-100)\,\mathrm{d}\tau + 5 = -10t + 15[\mathrm{A}] \tag{32}$$

$$v_{\mathrm{R}}(t) = Ri(t) = 5(-10t + 15) = -50t + 75[\mathrm{V}] \tag{33}$$

$$v_{\mathrm{T}}(t) = -50t + 75 - 100 = -50t - 25[\mathrm{V}] \tag{34}$$

Se puede ver que $i(2) = -5$A, que se corresponde con el inicio del siguiente ciclo.

Las gráficas del resultado se muestra en la figura 17.

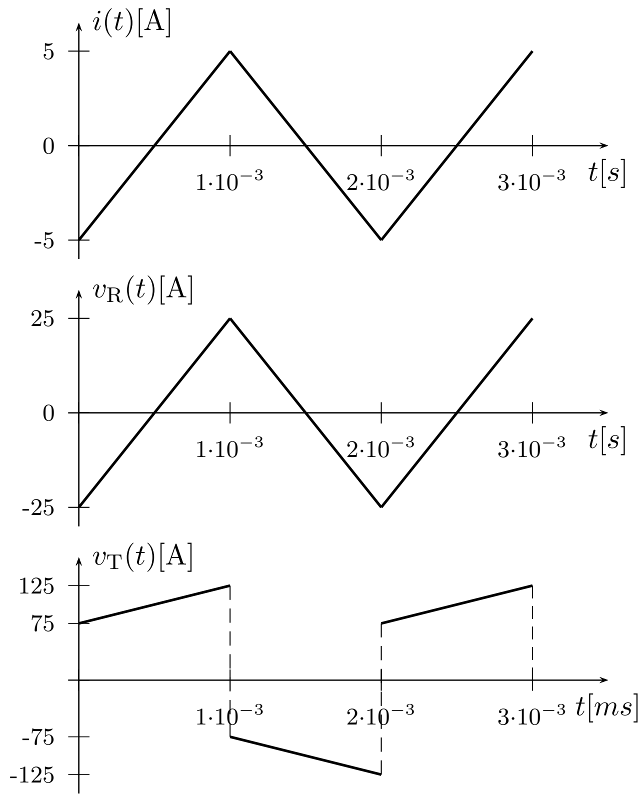


Figura 17: Gráfica de la corriente, caída de tensión en la resistencia y tensión aplicada al circuito.