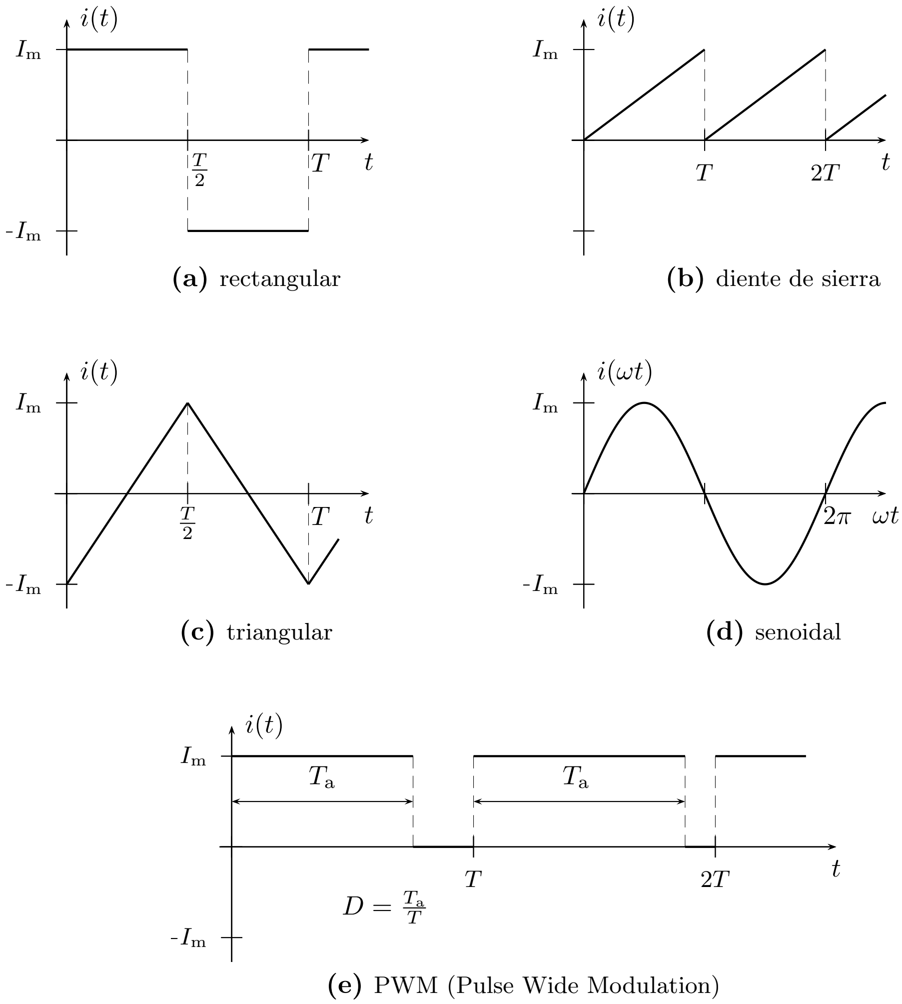
Guia 2. Señales

Ejercicio 1.

Calcular el valor medio, valor eficaz y factor de forma de las señales de excitación de la figura 1.



(a) rectangular **(b)** diente de sierra **(c)** triangular **(d)** senoidal **(e)** PWM (Pulse Wide Modulation)

Figura 1: Señales de excitación.

Ejercicio 2.

Hallar la potencia media P disipada en una resistencia de 80Ω por la que circula la corriente de la figura 2.

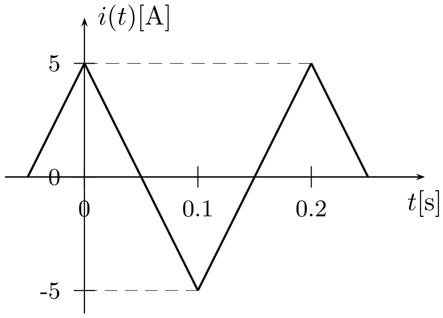


Figura 2: Corriente $i(t)$.

Ejercicio 3.

Encontrar el valor medio y eficaz en función de θ de la señal sinusoidal rectificada y recortada de la figura 3.

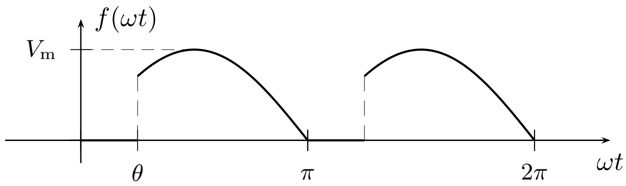


Figura 3: Valor medio y valor eficaz.

Ejercicio 4.

Calcular el valor medio de la corriente cuya forma se muestra en la figura 4, y la potencia que esta disipará al circular por un resistor $R = 10\Omega$.

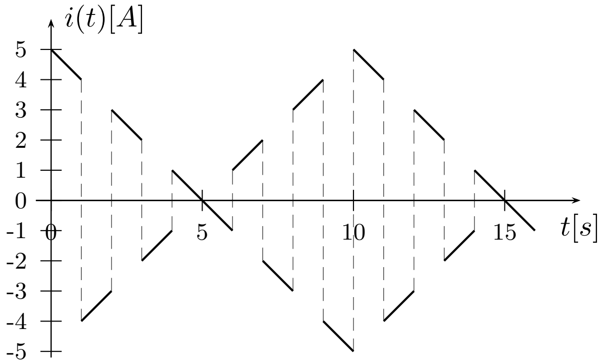


Figura 4: Forma de onda de corriente.

Ejercicio 5.

Hallar el valor eficaz de la señal recortada de la figura 5.

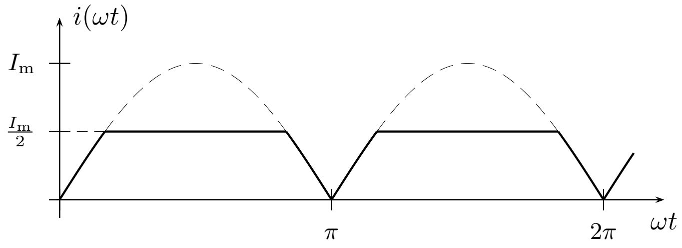
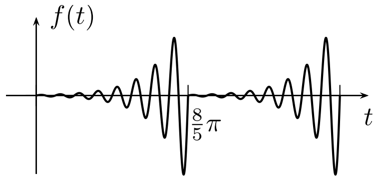


Figura 5: Señal senoidal rectificada completa y recortada a 0,5 de su valor máximo.

Ejercicio 6.

El valor eficaz de la señal de la figura 6 es cero. Verdadero o falso? Justifique.



$$f(t) = e^t \operatorname{sen}(10t) \qquad 0 < t < \frac{8}{5}\pi.$$

Figura 6: Señal periódica.

Ejercicio 7.

La forma de onda de corriente mostrada en la figura 7 circula por un inductor ideal alimentado por una fuente de tensión. Obtener la señal de excitación de la fuente de tensión expresada mediante señales aperiódicas fundamentales y calcular el valor medio y eficaz de esta tensión.

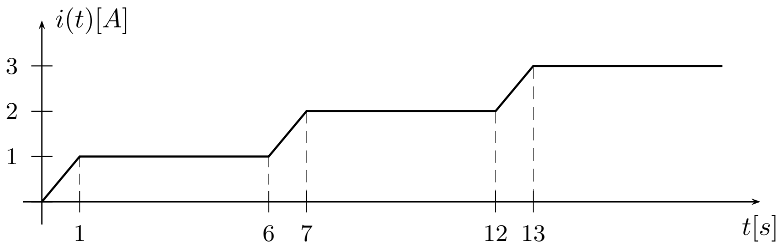


Figura 7: Corriente en el inductor.

Ejercicio 8.

Por un circuito serie RL con $R = 5\Omega$ y $L = 0,004H$ circula una corriente como la de la figura 8. Calcular y graficar $v_R(t)$ y $v_L(t)$ utilizando señales aperiódicas fundamentales.

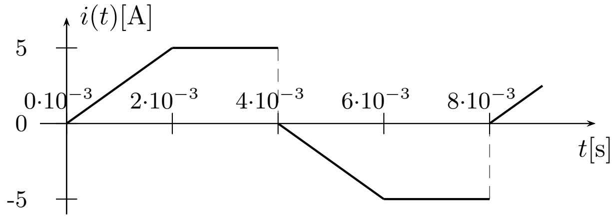


Figura 8: Corriente circulante por el circuito RL serie.

Ejercicio 9.

Calcular el valor eficaz de la corriente en un capacitor $C = 1$F si se aplica a sus bornes una tensión como la indicada en la figura 9. Operar utilizando señales aperiódicas elementales para construir el ciclo de $v(t)$.

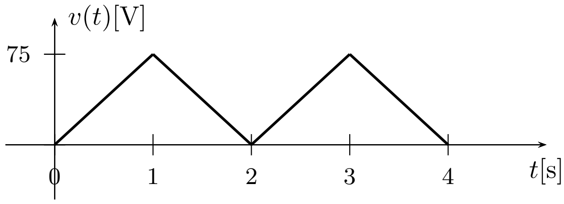


Figura 9: Señal de excitación $v(t)$.

Ejercicio 10.

Por una rama RC circula una corriente como la de la figura 10. Utilizando señales aperiódicas fundamentales graficar las tensiones de cada elemento considerando que el capacitor se encuentra inicialmente descargado.

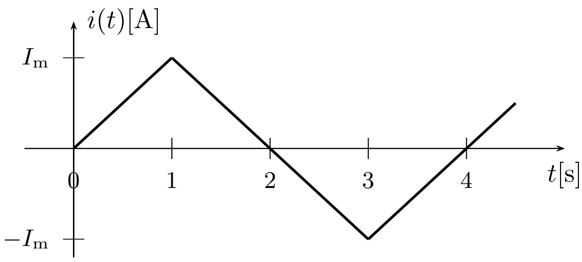


Figura 10: Corriente variable circulante por una rama RC.

Soluciones

Solución 1.

	I_{med}	$I_{\lvert\text{med}\rvert}$	I_{ef}	f_f
Rectangular	0	I_{m}	I_{m}	1
Diente de sierra	$\frac{I_{\text{m}}}{2}$	$-$	$\frac{I_{\text{m}}}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
Triangular	0	$\frac{I_{\text{m}}}{2}$	$\frac{I_{\text{m}}}{\sqrt{3}}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$
Senoidal	0	$\frac{2I_{\text{m}}}{\pi}$	$\frac{I_{\text{m}}}{\sqrt{2}}$	$\frac{\pi\sqrt{2}}{4}$
PWM	$I_{\text{m}}D$	$-$	$I_{\text{m}}\sqrt{D}$	$\frac{1}{\sqrt{D}}$

Solución 2.

$$P = \left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2 80 = 666{,}6[\text{W}] \tag{1}$$

Solución 3.

El valor medio de la señal de la figura 3 es

$$V_{\text{med}} = \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} f(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t = \frac{1}{\pi}\int_{\theta}^{\pi} V_{\text{m}}\,\text{sen}(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t \tag{2}$$

dado que la función en el tramo entre 0 y θ es nula, luego

$$\begin{aligned} V_{\text{med}} &= \frac{V_{\text{m}}}{\pi}\int_{\theta}^{\pi} \text{sen}(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t = -\frac{V_{\text{m}}}{\pi}\cos(\omega t)\Big|_{\theta}^{\pi} & (3)\\ &= \frac{V_{\text{m}}}{\pi}(1+\cos\theta). & (4)\end{aligned}$$

El valor eficaz es

$$\begin{aligned} V_{\text{ef}} &= \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_{\theta}^{\pi} V_{\text{m}}^2\,\text{sen}^2(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t} = \sqrt{\frac{V_{\text{m}}^2}{2\pi}\int_{\theta}^{\pi}(1-\cos(2\omega t))\,\mathrm{d}\omega t} & (5)\\ &= \sqrt{\frac{V_{\text{m}}^2}{2\pi}\left(\int_{\theta}^{\pi}\mathrm{d}\omega t - \int_{\theta}^{\pi}\cos(2\omega t)\,\mathrm{d}\omega t\right)} & (6)\\ &= \sqrt{\frac{V_{\text{m}}^2}{2\pi}\left((\pi-\theta) - \frac{1}{2}\,\text{sen}(2\omega t)\Big|_{\theta}^{\pi}\right)} & (7)\\ &= V_{\text{m}}\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{\theta}{2\pi} + \frac{\text{sen}(2\theta)}{4\pi}}. & (8)\end{aligned}$$

Solución 5.

Para obtener el valor eficaz de la señal sinusoidal rectificada de la figura 5 primero se deben averiguar los valores de abcisa para los cuales la señal es recortada, teniendo en cuenta que el recorte se produce cuando el seno llega a la mitad de su valor máximo.

Llamando a_1 y a_2 a estos valores de abcisa tenemos

$$0{,}5I_\mathrm{m} = I_\mathrm{m}\,\mathrm{sen}(a_1) \tag{9}$$

$$a_1 = \mathrm{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \tag{10}$$

por lo tanto

$$a_2 = \pi - \mathrm{sen}^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) \tag{11}$$

entonces la señal será

$$f(\omega t) = \begin{cases} I_\mathrm{m}\,\mathrm{sen}(\omega t) & 0 < \omega t < a_1 \\ \frac{I_\mathrm{m}}{2} & a_1 < \omega t < a_2 \\ I_\mathrm{m}\,\mathrm{sen}(\omega t) & a_2 < \omega t < \pi \end{cases} \tag{12}$$

El valor eficáz de esta señal definida por tramos es

$$F_\mathrm{ef} = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \left(f(\omega t)\right)^2\,\mathrm{d}\omega t} \tag{13}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{a_1} I_\mathrm{m}^2\,\mathrm{sen}^2(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t + \int_{a_1}^{a_2}\left(\frac{I_\mathrm{m}}{2}\right)^2\,\mathrm{d}\omega t + \int_{a_2}^{\pi} I_\mathrm{m}^2\,\mathrm{sen}^2(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t\right]} \tag{14}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi}\left[2\int_0^{a_1} I_\mathrm{m}^2\,\mathrm{sen}^2(\omega t)\,\mathrm{d}\omega t + \int_{a_1}^{a_2}\left(\frac{I_\mathrm{m}}{2}\right)^2\,\mathrm{d}\omega t\right]} \tag{15}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\pi}\left[\int_0^{a_1} I_\mathrm{m}^2(1-\cos(2\omega t))\,\mathrm{d}\omega t + \int_{a_1}^{a_2}\left(\frac{I_\mathrm{m}}{2}\right)^2\,\mathrm{d}\omega t\right]}. \tag{16}$$

Resolviendo (10) y (11) según los valores numéricos tenemos

$$a_1 = \frac{\pi}{6}, \quad a_2 = \frac{5}{6}\pi \tag{17}$$

que llevados a (16) nos da

$$F_\mathrm{ef} = \sqrt{\frac{I_\mathrm{m}^2}{\pi}\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)}{2} + \frac{5\pi}{24} - \frac{\pi}{24}\right)} \tag{18}$$

$$F_\mathrm{ef} = 0{,}44216 I_\mathrm{m}. \tag{19}$$

Solución 7.

La función corriente en términos de señales aperiódicas para el tiempo mostrado en la gráfica es

$$i(t) = \rho(t) - \rho(t-1) + \rho(t-6) - \rho(t-7) + \rho(t-12) - \rho(t-13) + \cdots \tag{20}$$

y la tensión a bornes del inductor L, y por ende la tensión de fuente será

$$v_{\mathrm{L}}(t) = v(t) = u(t) - u(t-1) + u(t-6) - u(t-7) + \cdots \tag{21}$$

que resulta ser una señal periódica de período $T = 6$[s], con lo su representación se reduce a

$$v(t) = u(t) - u(t-1); \quad 0 < t < T, \quad T = 6[\mathrm{s}]. \tag{22}$$

El valor medio de la tensión de fuente es

$$V_{\mathrm{med}} = \frac{L}{6}, \tag{23}$$

y su valor eficaz

$$V_{\mathrm{ef}} = \frac{L}{\sqrt{6}}. \tag{24}$$

Solución 8.

Un período de la señal de la figura 8 se representa mediante señales aperiódicas fundamentales como

$$\begin{aligned} i(t) = {} & 2500\rho(t) - 2500\rho(t - 2\cdot 10^{-3}) - 5u(t - 4\cdot 10^{-3}) - 2500\rho(t - 4\cdot 10^{-3}) + \\ & + 2500\rho(t - 6\cdot 10^{-3}) + 5u(t - 8\cdot 10^{-3})[\mathrm{A}]. \end{aligned} \tag{25}$$

Si la corriente ingresa por el terminal de mayor potencial tanto en la resistencia como en inductor, la relación tensión-corriente es

$$v_{\mathrm{R}}(t) = Ri(t), \tag{26}$$

$$v_{\mathrm{L}}(t) = L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}. \tag{27}$$

Llevando (25) a (26), la caída de tensión en la resistencia es

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{R}}(t) = {} & 12500\rho(t) - 12500\rho(t - 2\cdot 10^{-3}) - 25u(t - 4\cdot 10^{-3}) - 12500\rho(t - 4\cdot 10^{-3}) + \\ & + 12500\rho(t - 6\cdot 10^{-3}) + 25u(t - 8\cdot 10^{-3})[\mathrm{V}], \end{aligned} \tag{28}$$

y la caída de tensión en el inductor, reemplazando (25) en (27), es

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{L}}(t) = 0{,}004 \Bigg(& 2500\frac{\mathrm{d}\rho(t)}{\mathrm{d}t} - 2500\frac{\mathrm{d}\rho(t - 2\cdot 10^{-3})}{\mathrm{d}t} - 5\frac{\mathrm{d}u(t - 4\cdot 10^{-3})}{\mathrm{d}t} - \\ & - 2500\frac{\mathrm{d}\rho(t - 4\cdot 10^{-3})}{\mathrm{d}t} + 2500\frac{\mathrm{d}\rho(t - 6\cdot 10^{-3})}{\mathrm{d}t} + 5\frac{\mathrm{d}u(t - 8\cdot 10^{-3})}{\mathrm{d}t}\Bigg) \end{aligned} \tag{29}$$

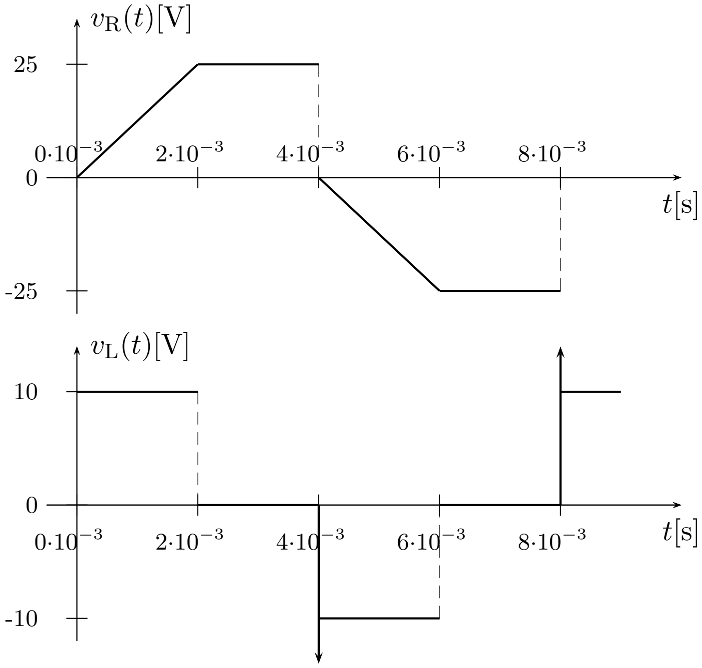


Figura 11: Caídas de tensión en la resistencia y el inductor del ejercicio .

lo que da

$$
\begin{aligned}
v_{\mathrm{L}}(t) = {} & 10u(t) - 10u(t-2\cdot 10^{-3}) - 0{,}02\delta(t-4\cdot 10^{-3}) - 10u(t-4\cdot 10^{-3}) + \\
& + 10u(t-6\cdot 10^{-3}) + 0{,}02\delta(t-8\cdot 10^{-3})[\mathrm{V}].
\end{aligned} \tag{30}
$$

Las gráficas de las caídas de tensión en la resistencia $v_{\mathrm{R}}(t)$ y en el inductor $v_{\mathrm{L}}(t)$ se muestra en la fig. 11.

Solución 9.

$$
I_{\mathrm{ef}} = 75\mathrm{A} \tag{31}
$$