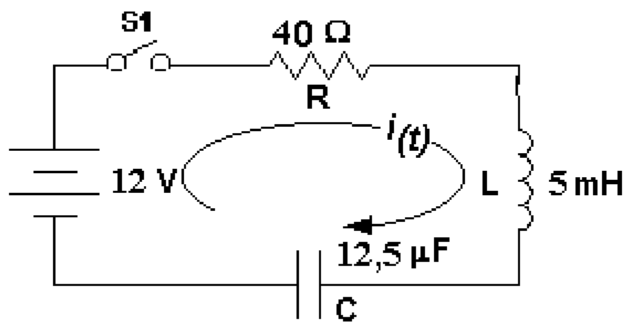
RESPUESTA CIRCUITO RLC SERIE

Supongamos un circuito RLC serie tal como el de la figura



Aplicando 2º ley de Kirchhoff tendremos:

$$e_{(t)} = v_{R(t)} + v_{L(t)} + v_{C(t)}$$

$$e_{(t)} = i_{(t)} \bullet R + L \bullet \frac{di_{(t)}}{dt} + \frac{1}{C} \bullet \int i_{(t)} \bullet dt$$

Aplicando transformada de Laplace

$$\frac{E}{P} = I_{(P)} \bullet R + L \bullet P \bullet I_{(P)} + \frac{1}{C \bullet P} \bullet I_{(P)}$$

$$\frac{E}{P} = I_{(P)} \bullet \left(R + L \bullet P + \frac{1}{C \bullet P} \right)$$

Despejando $I_{(P)}$ tendremos :

$$I_{(P)} = \frac{\frac{E}{P}}{\left(R + L \bullet P + \frac{1}{C \bullet P} \right)} = \frac{E}{P * \left(R + L \bullet P + \frac{1}{C \bullet P} \right)}$$

Analizando la ecuación característica obtendremos las raíces de la misma

$$\boxed{P * \left(R + L \bullet P + \frac{1}{C \bullet P} \right)}$$

En primer lugar racionalizamos : $L \bullet P^2 + R \bullet P + \frac{1}{C}$ e igualamos a cero y así tendremos :

$$L \bullet P^2 + R \bullet P + \frac{1}{C} = 0 \quad \Rightarrow \quad P^2 + \frac{R}{L} \bullet P + \frac{1}{L \bullet C} = 0$$

De la última expresión las raíces estarán dadas por : $P_1, P_2 = -\frac{R}{2 \bullet L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2 \bullet L} \right)^2 - \frac{1}{LC}}$

Analizando el signo del discriminante de la raíz cuadrada, podemos ver que se presentan tres casos:

$\left(\frac{R}{2 \bullet L} \right)^2 - \frac{1}{LC}$	*< 0 ⇒ raíces complejas conjugadas se llama caso Subamortiguado*
	= 0 ⇒ raíces reales e iguales se llama caso de Amortiguamiento Crìtico
	> 0 ⇒ raíces reales y distintas se llama caso Sobreamortiguado

Existe un caso especial cuando la resistencia del circuito es igual a cero y se le llama caso Oscilatorio, aquí las raíces serán imaginarias puras y :

$$P_1 = \frac{+1}{\sqrt{L \bullet C}} \quad y \quad P_2 = \frac{-1}{\sqrt{L \bullet C}}$$

Analizando nuevamente el discriminante de la raíz e igualándolo a cero, obtenemos que el valor de la resistencia R del circuito, que hace cero la raíz está dado por :

$$\left(\frac{R}{2\bullet L}\right)^2 - \frac{1}{LC} = 0 \qquad \therefore \quad R = 2\bullet\sqrt{\frac{L}{C}} = Rc$$

A ese valor de la resistencia se la denomina resistencia crítica Rc. Existe una relación entre la resistencia del circuito y su critica a la cuál se la llama ***factor de amortiguamiento*** y se designa con la letra griega ξ es decir:

$$\xi = \frac{R}{Rc}$$

Con el valor del factor de amortiguamiento, también podemos definir los cuatro casos vistos anteriormente, es decir :

ξ	*< 1 ⇒ raíces complejas conjugadas se llama caso Subamortiguado*
	= 1 ⇒ raíces reales e iguales se llama caso de Amortiguamiento Crìtico
	> 1 ⇒ raíces reales y distintas se llama caso Sobreamortiguado
	= 0 si R = 0 ⇒ raíces imaginarias puras se llama caso Oscilatorio

A la relación $\sqrt{\frac{1}{L\bullet C}}$ se la denomina ***pulsación de resonancia*** ω_0 y está expresada en [radianes/ segundos] también es útil la expresión $\omega_o{}^2 = \frac{1}{L\bullet C}$ que está expresado en [radianes/ segundos]^2.

Utilizando el factor de amortiguamiento ξ y el valor de la pulsación de resonancia ω_0 y despejando obtenemos:

$$2\bullet\xi\bullet\omega_o = 2\bullet\frac{R}{Rc}\bullet\frac{1}{\sqrt{L\bullet C}} = 2\bullet\frac{R}{2\bullet\sqrt{\frac{L}{C}}}\bullet\frac{1}{\sqrt{L\bullet C}} = \frac{R}{L} \qquad \therefore \quad 2\bullet\xi\bullet\omega_o = \frac{R}{L}$$

De donde la ecuación de segundo grado vista anteriormente puede ser escrita como :

$$P^2 + \frac{R}{L}\bullet P + \frac{1}{L\bullet C} \quad \equiv \quad P^2 + 2\bullet\xi\bullet\omega_0\bullet P + \omega_0{}^2$$

De esta manera con los elementos del circuitos podemos averiguar : factor de amortiguamiento, valor de la pulsación de resonancia y caso al que pertenece el circuito. Con los valores dados para nuestro circuito tendremos :

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L\bullet C}} = \frac{1}{\sqrt{5\bullet 10^{-3}\bullet 12{,}5\bullet 10^{-6}}} = 4000[rad/seg]$$

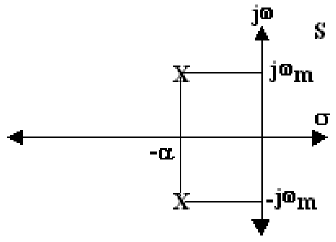
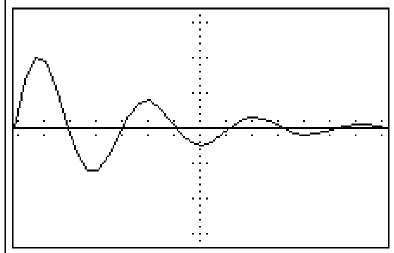
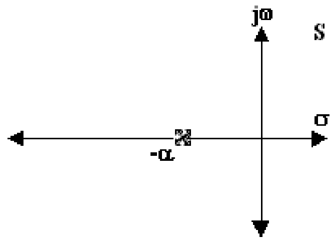
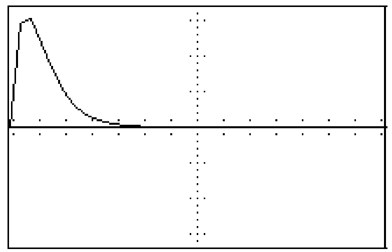
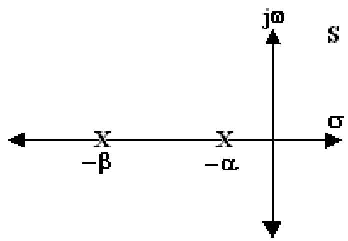
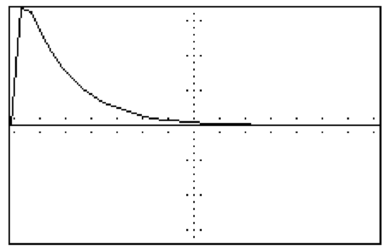
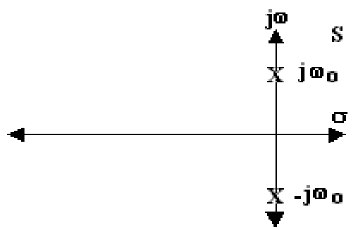
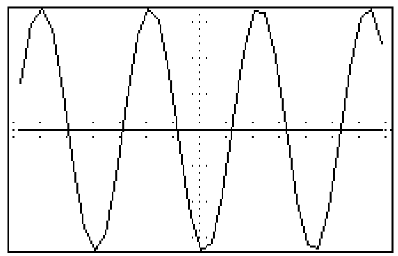
$$\xi = \frac{R}{L}\bullet\frac{1}{2\bullet\omega} = \frac{48}{5\bullet 10^{-3}}\bullet\frac{1}{2\bullet 4000} = 1{,}2$$

Dado que el factor de amortiguamiento ξ > 1, determinamos que el circuito corresponde al caso Sobreamortiguado.

La siguiente Tabla describe los parámetros y gráficos para cada uno de los casos vistos.

UBP – IUA - UTN - ING. EN TELECOMUNICACIONES Y ELECTRÓNICA
CÁTEDRAS : REDES I , TEORÍA DE LOS CIRCUITOS I y II
PROFESOR: ING. JUAN JOSÉ GARCIA ABAD. RECOPILACIÓN REALIZADA EN APOYO DE LA CÁTEDRA.

TABLA DE PARÁMETROS DE CIRCUITO RLC - SERIE

R <> Rc	ξ <> 1	EXPRESIÓN DE $I_{(S)}$	GRÁFICA DE RAICES DE $I_{(S)}$	EXPRESIÓN DE $i_{(t)}$	GRÁFICA DE $i_{(t)}$	CASO
R < Rc	$\xi < 1$	$I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{\left(S+\frac{R}{2L}+j\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\right)*\left(S+\frac{R}{2L}-j\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\right)}$ $I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{(S+\alpha+j\varpi_m)*(S+\alpha-j\varpi_m)}$		$i_{(t)} = \dfrac{E}{\varpi_m L}(e^{-\alpha t}\,\mathrm{sen}\,\varpi_m t)$		SUB AMORTIGUADO
R = Rc	$\xi = 1$	$I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{\left(S+\frac{R}{2L}\right)*\left(S+\frac{R}{2L}\right)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{\left(S+\frac{R}{2L}\right)^2}$ $I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{(S+\alpha)^2}$		$i_{(t)} = \dfrac{E}{L}te^{-\alpha t}$		AMORTIG. CRÍTICO
R > Rc	$\xi > 1$	$I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{\left(S+\frac{R}{2L}+\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\right)*\left(S+\frac{R}{2L}-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2}-\frac{1}{LC}}\right)}$ $I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{(S+\alpha)*(S+\beta)}$		$i_{(t)} = \dfrac{E}{L(\alpha-\beta)}(e^{-\alpha t}-e^{-\beta t})$		SOBRE AMORTIGUADO
R = 0	$\xi < 0$	$I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{\left(S+j\sqrt{\frac{1}{LC}}\right)*\left(S-j\sqrt{\frac{1}{LC}}\right)}$ $I_{(S)} = \dfrac{\frac{E}{L}}{(S+J\varpi_o)*(S-J\varpi_o)}$		$i_{(t)} = \dfrac{E}{\varpi_m L}(sen\,\varpi_m)$		OSCILATORIO